

Frackita-v1: un código en MATLAB® para el análisis de fracturas geológicas en 1D

Alberto Vásquez-Serrano*

Departamento de Procesos Litosféricos, Instituto de Geología, Universidad Nacional Autónoma de México, Circuito de la Investigación Científica s/n, Ciudad Universitaria, Coyoacán, Ciudad de México, C.P. 04510, México.

* alberto-vasquez@ciencias.unam.mx

RESUMEN

En este trabajo se presenta el código *Frackita-v1* escrito en MATLAB®, el cual es una herramienta de análisis unidimensional de fracturas geológicas que automatiza los cálculos de parámetros tales como: dimensión de caja, dimensión de correlación, exponente de Lyapunov, exponente de frecuencia acumulada, coeficiente de variación e intensidad de fracturas. Dichos parámetros son fundamentales para conocer la distribución del tamaño de las fracturas, su cantidad, y arreglo. Esta última variable es importante porque está relacionada con el proceso de flujo de fluidos y con fenómenos como la deformación localizada. *Frackita-v1* cubre la necesidad actual de un programa de análisis de fracturas en 1D para la enseñanza (educación), investigación o industria.

El código usa datos del espaciamiento entre fracturas obtenidos mediante el método de líneas de muestreo en cualquier escala, desde una lámina delgada hasta mapas de lineamientos morfológicos. Adicionalmente, *Frackita-v1* también genera distribuciones sintéticas de fracturas que ayudan a comprender mejor el uso de los parámetros calculados.

Palabras clave: fracturas; fractal; línea de muestreo; intensidad de fracturas; MATLAB®.

ABSTRACT

This work presents Frackita-v1 code, written in MATLAB®. Frackita-v1 is a tool that automatizes the calculation of parameters, such as Box dimension, Correlation dimension, Lyapunov exponent, Coefficient of variation, and fracture intensity. These parameters are fundamental to knowing the fracture size distribution, density, and spatial arrangement. This last variable is important because it's related to fluid flow process and strain localization. Frackita-v1 covers the current necessity of a 1D analysis software for education, research, and industry.

The code uses spacing data obtained from scanlines on thin sections, outcrops, and aerial photographs or satellite images. In addition, the Frackita-v1 code produces synthetic fracture patterns that help to understand the calculated parameters. The implemented methods are scale-independent and can be applied to spacing data from micro- to macro-scales.

Key words: fractures; fractal; scanlines; fracture intensity; MATLAB®.

INTRODUCCION

Las fracturas geológicas son estructuras comunes en muchos medios geológicos y son una respuesta a las condiciones frágiles de la deformación en la corteza superior (Ramsay, 1967; Secor, 1969; Segall y Pollard, 1983; Bahat *et al.*, 2005; Fossen, 2016). Estas estructuras han sido objeto de múltiples estudios para entender su origen, sus aspectos mecánicos (Griffith, 1920; Segall y Pollard, 1983; Bahat, *et al.*, 2001), su geometría y su rol en el proceso de flujo de fluidos en las rocas (Olson, 2003; Nieto-Samaniego *et al.*, 2003, 2005; Laubach *et al.*, 2018; Vásquez-Serrano *et al.*, 2021a, 2021b). El análisis geométrico de las fracturas suele abordarse de dos maneras, por un lado, se elaboran mapas de fracturas a partir de láminas delgadas, fotografías de afloramientos y/o mapas de lineamientos morfológicos (Barton y LaPointe, 1995; Mauldon *et al.*, 2001; Babadagli, 2001, 2002; Nieto-Samaniego *et al.*, 2003, 2005). Con estos mapas se puede obtener información valiosa de la densidad (cantidad de fracturas por unidad de área), conectividad, distribución y permeabilidad debida a las fracturas en dos dimensiones (Babadagli, 2001, 2002; Nieto-Samaniego *et al.*, 2003, 2005). La otra manera de análisis es mediante el uso de líneas de muestreo, la cual puede usarse en cualquier escala, desde una lámina delgada hasta un mapa de lineamientos morfológicos (Barton y LaPointe, 1995; Gillespie *et al.*, 1993, 1999; Gomez y Laubach, 2006; Laubach *et al.*, 2018; Vásquez-Serrano *et al.*, 2021a). La línea de muestreo se traza de manera perpendicular al rumbo de una familia de fracturas (Figura 1), donde se mide la apertura (distancia entre las paredes de una fractura) y el espaciamiento entre fracturas (distancia entre fracturas) (Vásquez-Serrano *et al.*, 2021b). Esta última variable es fundamental para conocer la distribución y el arreglo de las fracturas, así como la cantidad y la manera en cómo ocupan el espacio en una dimensión (Gillespie *et al.*, 1993, 1999; Laubach *et al.*, 2018; Vásquez-Serrano *et al.*, 2021b).

En el caso del análisis de mapas de fracturas, existen algunos programas de cómputo que analizan dichos mapas para obtener información sobre la cantidad, conectividad y permeabilidad de las fracturas (ej. FRACPAQ (Healy *et al.*, 2016), DigiFract (Hardebol y Bertotti, 2013), FraNEP (Zeeb *et al.*, 2013)); así mismo hay otros programas que se usan para hacer un análisis fractal de las fracturas (FracAnalysis (Tolson, 2001) o Fractalys (Frankhauser, 2005)) y obtener parámetros como dimensión de caja, dimensión de masa o lacunaridad (Vásquez-Serrano, 2013). En lo que se refiere al análisis en una dimensión (líneas de muestreo), no existe un programa de cómputo que automatice el cálculo de parámetros asociados con la distribución, arreglo y cantidad de fracturas, lo cual dificulta el análisis

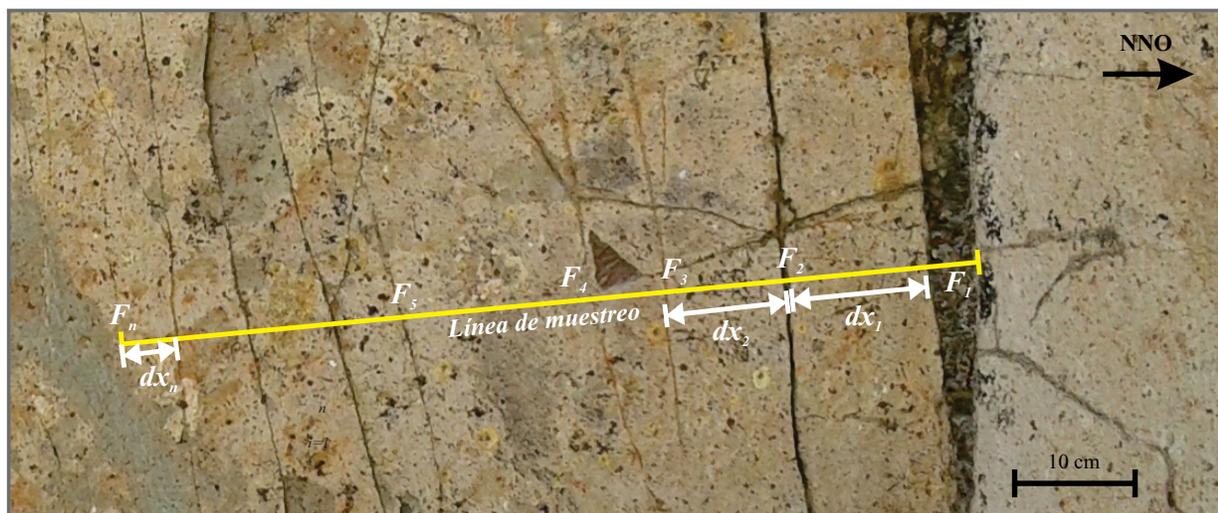


Figura 1. Metodología para la obtención de datos de espaciamiento entre fracturas mediante el uso de líneas de muestreo, donde se toma en cuenta una familia de fracturas (grupo de fracturas paralelas), $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$; y su espaciamiento ($dx_1, dx_2, dx_3, \dots, dx_n$). (Modificado de Vásquez-Serrano *et al.*, 2021b).

de los datos de espaciamiento entre fracturas haciéndolo más tardado. En este trabajo se desarrolló un código en MATLAB® que automatiza el cálculo de parámetros como: dimensión de caja en 1D, dimensión de correlación, exponente de Lyapunov, coeficiente de variación e intensidad de fracturas (número de fracturas por unidad de longitud) tomando como base la teoría publicada en otros trabajos (Barton y LaPointe, 1995; Gillespie *et al.*, 1999; Riley *et al.*, 2011; Vásquez-Serrano *et al.*, 2019). Adicionalmente, el código incluye la generación de distribuciones de fracturas sintéticas mediante la construcción de un polvo de Cantor determinístico (Mandelbrot, 1967; Turcotte, 1992) y aleatorio, lo cual es útil para conocer el papel de la distribución y el arreglo de las fracturas en los valores de los parámetros que calcula el código (Vásquez-Serrano, 2013). Los códigos en MATLAB® ofrecen una ventaja importante ya que se pueden ejecutar en varios sistemas operativos (Windows, Mac o Linux) donde este instalado el paquete de MATLAB®, además los códigos ejecutables se pueden instalar en el sistema operativo Windows sin necesidad de tener MATLAB® instalado (Material Suplementario).

PARAMETROS FRACTALES EN 1D

La teoría sobre el fracturamiento o inicio y desarrollo de fracturas se basa en la propuesta de Griffith (1920), la cual explica de manera analítica el proceso de fracturamiento (Bahat *et al.*, 2005). Las fracturas en materiales rocosos no escapan a la aplicación de esta teoría para explicar su origen y desarrollo. Aunque es importante conocer y entender cómo se forman las fracturas, también es fundamental analizar su distribución y geometría en los macizos rocosos; esta tarea se puede hacer utilizando las herramientas de la teoría fractal. Se han realizado muchos trabajos en donde se ha probado esta hipótesis. Entre ellos se encuentran los de Barton y La Pointe (1995), quienes hacen una exhaustiva exploración de métodos basados en los ejemplos clásicos de fractales determinísticos (Polvo de Cantor, Carpeta de Sierpinski, etc.). Estos autores proponen algunas técnicas prácticas para la determinación de la dimensión fractal D_f en sistemas de fallas y fracturas presentes en las rocas, analizando su distribución y geometría. Entre los trabajos más importantes relacionados con el tratamiento fractal de las fracturas podemos citar los hechos por Marrett *et al.*

(1999), donde hacen un análisis en 1D para variables que siguen una ley de potencia como: apertura y espaciamiento entre fracturas. Esta última variable es fundamental para analizar la distribución y el arreglo de las fracturas en una línea de muestreo (Gillespie *et al.*, 1993, 1999; Laubach *et al.*, 2018) mediante el cálculo de parámetros como: exponente de frecuencia acumulada (Korvin, 1992; Gillespie *et al.*, 1993; Marrett *et al.*, 1999), coeficiente de variación (Cox y Lewis, 1966), dimensión fractal de caja en 1D (Barton y LaPointe, 1995), dimensión de correlación y exponente de Lyapunov (Riley *et al.*, 2011). A continuación, se describen cada uno de estos parámetros y adicionalmente se incluye otro parámetro relacionado con la cantidad de fracturas llamado la intensidad de fracturas.

Frecuencia acumulativa

Una manera de analizar los datos de espaciamiento es a través de la frecuencia acumulativa. Ésta se basa en el concepto de fragmentación (frecuencia-tamaño), el cual ha sido explorado en diversos trabajos (Korvin, 1992; Gillespie *et al.*, 1993; Marrett *et al.*, 1999). Los gráficos bilogarítmicos de frecuencia acumulativa vs. espaciamiento puede seguir una ley de potencia, donde el exponente de frecuencia acumulativa (f) será:

$$S = v^f \quad (1)$$

En la ecuación anterior, S es la frecuencia acumulada del espaciamiento y v es la variable de interés (espaciamiento). El exponente de frecuencia acumulada nos dará una medida del grado de agrupamiento de las fracturas cortadas por la línea de muestreo; si se tiene un f pequeño, tendremos distancias grandes que separan grupos (concentración) de fracturas.

Coefficiente de variación

Una medida de la distribución espacial de las fracturas está dada por el coeficiente de variación (C_v), el cual es definido como el cociente de la división de la desviación estándar entre el promedio de los espaciamientos (Cox y Lewis, 1966). Cuando los espaciamientos son regulares se tendrá una desviación estándar pequeña y por lo tanto un $C_v < 1$. Por otro lado, cuando las fracturas están agrupadas (*Cluster distribution*) y existen grandes espacios entre grupos, la desviación estándar será grande y $C_v > 1$.

Dimensión de caja (Dc)

Otra alternativa para realizar el análisis del espaciamiento entre fracturas es la técnica del conteo de cajas en 1D (Barton y La Pointe, 1995). El procedimiento es el mismo que en 2D, sólo que, en este caso en lugar de una rejilla, lo que se tiene es una línea fraccionada en distintos segmentos de tamaño r . Para cada r se cuenta el número de segmentos que contienen por lo menos una fractura. Si se realiza un gráfico log-log del tamaño del segmento r contra el número de segmentos que cortan a alguna fractura (N), se observará la siguiente relación donde D_c es la dimensión fractal de caja en 1D:

$$N = r^{-D_c} \quad (2)$$

Esta relación es válida entre el tamaño máximo y mínimo de r , donde se encuentran los límites de las escalas fractales.

Dimensión de correlación

Es un parámetro que usa la diferencia entre pares de datos (espaciamentos) y provee un cálculo matemático riguroso de la dimensión fractal del sistema de fracturas que se está analizando (Davy *et al.*, 1990). La dimensión de correlación está basada en la expresión propuesta por Grassberger y Procaccia (1983), en donde se tiene que:

$$C(y) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \theta(y - |X_i - X_j|) \right] \quad (3)$$

Aquí y es cualquier distancia propuesta, $X = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ es el conjunto de datos (espaciamentos), $\theta(x)$ es la función de Heaviside y N es el número de todos los posibles pares. Tomando como base la expresión anterior, Grassberger y Procaccia (1983) demostraron para pequeños valores de y que:

$$C(y) \sim y^v \quad (4)$$

Donde v es la dimensión fractal de correlación. Si $v = 0$ existirá una ligera variación en los espaciamentos, es decir, estos se acercarán a ser periódicos (espaciamentos iguales entre fracturas).

Exponente de Lyapunov

Este parámetro parte de la solución general de un sistema no lineal dinámico, en el cual los valores propios (λ_1 y λ_2) nos dicen cómo dos puntos convergen (si son positivos) o divergen (si son negativos) exponencialmente. Entre los eigenvalores, existen algunos llamados exponentes de Lyapunov, de los cuales hay uno que caracteriza al sistema, conocido como exponente máximo de Lyapunov, λ_{\max} (Rosenstein *et al.*, 1993). Existen tres casos para λ_{\max} , si es negativo, el sistema converge a un punto; si es cero, indica que el sistema es periódico y finalmente si es positivo, el sistema será caótico.

La determinación de λ_{\max} requiere de conocer las ecuaciones diferenciales que gobiernan el sistema, lo cual es complicado de determinar en muchos sistemas naturales. Es por ello que Rosenstein *et al.* (1993) proponen la siguiente expresión que no necesita de un conocimiento tan profundo para ser implementada.

$$\lambda_{\max} = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \log_2 \left| \frac{dx_{n+1}}{dx_n} \right| \right) \quad (5)$$

Aquí N es el número de datos y dx_n es la distancia entre puntos. Riley *et al.* (2011) proponen una modificación a esta expresión para el análisis del espaciamiento entre fracturas. En su modificación, los datos son distancias entre fracturas tomadas a partir de una línea de muestreo (Figura 1). N es el número de espaciamentos y dx_n es el espaciamento medido (Figura 1). Debido a que la ecuación 5 tiene una dependencia en el orden, examina la diferencia entre dx_n y dx_{n+1} (Riley *et al.*, 2011). Cuando hay grandes fluctuaciones en el espaciamento, se tendrá una $\lambda_{\max} > 1$; por otro lado, si se tienen espaciamentos regulares, λ_{\max} se aproximará a cero.

Intensidad de fracturas

Este parámetro mide la cantidad de fracturas por unidad de longitud (Mauldon *et al.*, 2001; Moreno-Sánchez y García-Cornejo, 2006; Vásquez-Serrano *et al.*, 2019). Para medir la intensidad de fracturas se suelen usar líneas de muestreo rectas o circulares, donde se cuenta el número de fracturas que son cortadas por dicha línea (Moreno-Sánchez y García-Cornejo, 2006). El valor de este parámetro se obtendrá dividiendo el número de fracturas cortadas entre la longitud de la línea de muestreo.

TOMA DE DATOS USANDO LINEAS DE MUESTREO

El análisis cuantitativo de las fracturas se enfoca en entender el comportamiento de variables como: orientación, apertura, espaciamiento, longitud, densidad, intensidad, distribución espacial y de tamaño de las fracturas. Estas suelen obtenerse mediante líneas o ventanas de muestreo, dependiendo de lo que se quiera medir y de las condiciones de los afloramientos. La metodología utilizada para la toma de datos de espaciamiento entre fracturas está basada en los trabajos de Barton y Larsen (1985), Narr y Suppe (1991), Marrett *et al.* (1999), Kruhl (1994), Clark *et al.* (1995), Gómez y Laubach (2006), Ortega y Marrett (2000), Riley *et al.* (2011), Umili *et al.* (2013); Laubach *et al.* (2018), Vásquez-Serrano *et al.* (2021a) para el análisis en 1D.

Consideraciones importantes para la adquisición de los datos han sido sugeridas por Narr y Suppe (1991), Marrett *et al.* (1999), Clark *et al.* (1995), Gómez y Laubach (2006) y Umili *et al.* (2013), las cuales toman en cuenta algunas variaciones de acuerdo con los objetivos particulares de cada estudio y las observaciones realizadas en campo. En general, el muestreo debe tomar en cuenta lo siguiente (Vásquez-Serrano, 2013):

1. Buscar sitios de muestreo en donde exista una cantidad suficiente de fracturas para hacer los análisis, es decir, que el número de fracturas sea lo bastante grande para determinar los parámetros buscados.
2. De acuerdo con observaciones de campo y con lo sugerido en los trabajos de Narr y Suppe (1991), Marrett *et al.* (1999); Manning (1994) y Riley *et al.* (2011), las fracturas suelen agruparse, por lo que la metodología de muestreo debe tomar en cuenta que hay ciertos lugares en donde existen pocas fracturas o no las hay y otros en donde abundan; por lo tanto, la elección de los lugares de muestro no debe ser al azar.
3. Si las fracturas tienen un arreglo en donde se agrupan, es conveniente cubrir un área de muestreo en donde los datos sean suficientes para reflejar dicho arreglo (Gómez y Laubach, 2006; Umili *et al.*, 2013; Marrett *et al.*, 2018).

El proceso de obtención de datos en el campo inicia con la búsqueda de afloramientos donde estén bien expuestas las familias o familia de fracturas a analizar. Una vez localizado el afloramiento, se identifican las distintas familias ($F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$) y se mide el espaciamiento utilizando una línea de muestreo (Figura 1), la cual debe tener una longitud que cumpla con las consideraciones anteriores y estar orientada perpendicularmente al rumbo de una familia de fracturas (Figura 1). En la mayoría de los casos, el plano del afloramiento no está orientado ni inclinado de la mejor manera; por lo que es necesario también medir su rumbo e inclinación para hacer las debidas correcciones a los datos (Terzaghi, 1965), ya que, si no fuera así, sólo se estarían midiendo espaciamentos aparentes. Para cada afloramiento se elabora una lista con los datos de espaciamiento, rumbo e inclinación de las fracturas pertenecientes a cada familia. Para escalas menores o mayores a la mesoscópica (afloramientos), se suelen medir los espaciamentos en láminas delgadas de muestras orientadas para escalas pequeñas (mm) o realizar mapas de lineamientos morfológicos (escalas grandes del orden

de km) donde se mide el espaciamiento entre las estructuras. Con esta metodología se puede cumplir con las condiciones antes expuestas y el requerimiento de tener un muestreo que incluya más de un orden de magnitud de escala de estas variables para el caso de un análisis fractal (Barton y LaPointe, 1995; Vásquez-Serrano, 2013).

Una vez obtenidos los datos de espaciamiento entre fracturas, se procede a procesarlos en gabinete aplicando los parámetros del análisis en 1D como: exponente de la frecuencia acumulada, coeficiente de variación, dimensión de caja y correlación, así como el exponente de Lyapunov. La automatización del cálculo de estos parámetros se explica a continuación con los detalles del programa *Frackita-v1*.

PROGRAMA FRACKITA-v1

La programación se realizó en el apartado GUI (*Graphical User Interface*) de MATLAB® R2018b (MATLAB®, 2018), el cual es un programa orientado a objetos con un gran soporte matemático basado en matrices. El GUI es un entorno de programación visual para realizar y ejecutar códigos que necesiten de un entorno más interactivo con el usuario. El programa está dividido en cuatro partes, en cada una se presentan los botones de comando, los resultados numéricos y las gráficas correspondientes a cada uno de los parámetros del análisis del espaciamiento: dimensión de caja en 1D, dimensión de correlación, exponente de Lyapunov, coeficiente de variación, exponente de frecuencia acumulada, intensidad de fracturas y conjunto de Cantor (Figura 2). El diseño de la pantalla principal se realizó tratando de presentar de manera visual y numérica los distintos análisis implementados. En la Figura 2 se pueden ver los elementos que contiene la pantalla, los cuales realizan una tarea específica que se explica a continuación:

Menú Archivo (File): Abre una ventana de diálogo donde se puede escoger un archivo *.xls (archivo de Microsoft Excel®) que contiene la lista de los espaciamientos entre fracturas (Figura 3a). El menú

“Archivo” (*File*) también grafica la distribución de las fracturas en una línea de muestreo en la ventana “Distribución de fracturas” (*Fracture distribution*) (Figura 3b). El archivo *.xls debe contener la lista de espaciamientos entre fracturas ($dx_1, dx_2, dx_3, \dots, dx_n$) en la columna A de la hoja de cálculo de Excel (Figura 1), con un encabezado en la primera fila, que puede ser alguna clave que identifique a los datos (Figura 3c).

Botones de comando (Parameters). Cada uno de los botones que se encuentran en la zona de “Parámetro” (*Parameter*) tienen el nombre del parámetro que calculan (Figura 4), por ejemplo:

Botón Dimensión de Caja (Box Dimension). Estima la dimensión de caja en 1D de la distribución que tienen las fracturas (Figura 4a). El resultado se presenta de dos maneras, la primera es visual (Figura 4c) y se representa a través de un gráfico log-log del número de segmentos ocupados por, al menos, una fractura contra el tamaño del segmento (Ventana “Dimensión de Caja” (*Box Dimension*)). La segunda es numérica (Figura 4b) y aparece en la sección de cálculos (*calculations*), donde se presenta la dimensión de caja (D_c) y el coeficiente de correlación R^2 (Figura 4b).

Botón Dimensión de Correlación (Correlation Dimension). Calcula la dimensión de correlación usando la metodología propuesta por Riley *et al.* (2011). Al igual que en el caso anterior, el resultado del análisis se visualiza tanto gráficamente (Ventana “Dimensión de Correlación”) como de manera numérica (Figuras 5a y 5b). La eliminación de las colas producidas por un sesgo en la información dentro del gráfico de la dimensión de correlación se realiza de manera manual por el usuario, mediante la introducción de dos valores ($LimI$ y $LimS$) y presionando nuevamente el botón “*Correlation Dimension*”, con lo cual se eliminan dichas colas (superior e inferior) y se toma en cuenta la parte central del gráfico bilogarítmico (Figura 5c). Esta práctica es muy común en el análisis de un fractal estadístico (Turcotte, 1992)

Botón Exponente de Lyapunov (Lyapunov Exp.). Determina el valor de exponente máximo de Lyapunov asociado con el arreglo que tienen las fracturas mediante su espaciamiento usando el método de

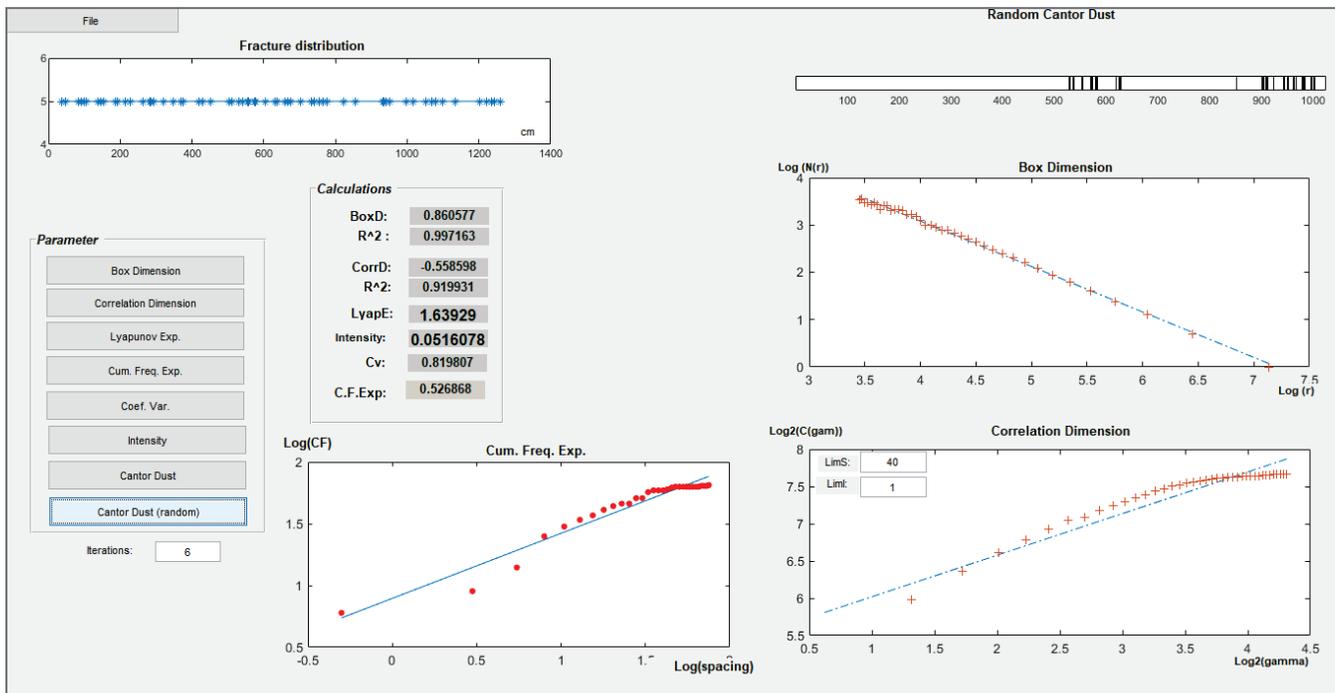


Figura 2. Pantalla principal del código *Frackita-v1*, donde se muestran los principales elementos que lo constituyen.

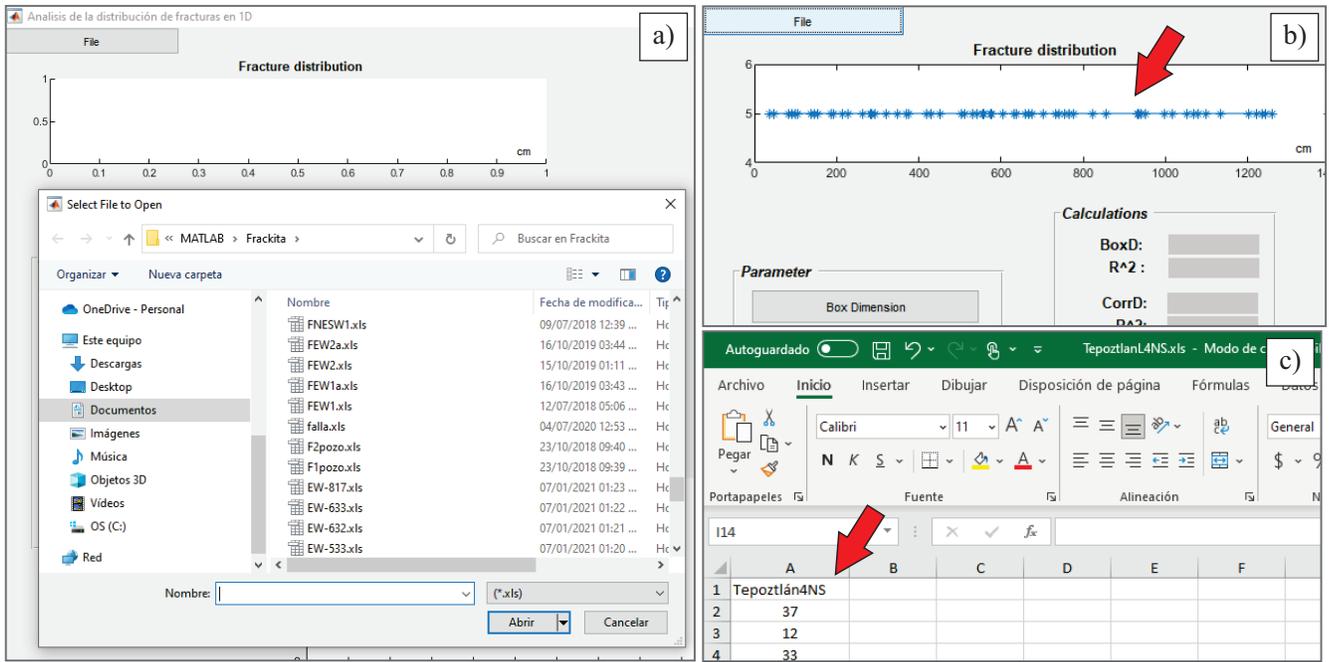


Figura 3. Procedimiento para la apertura de datos de espaciamiento entre fracturas. a) Cuadro de diálogo del menú archivo (file) donde se buscan archivos *.xls (Microsoft Excel) que contienen los espaciamientos entre fracturas. b) Gráfico de la distribución de fracturas construido a partir de los datos de espaciamiento. c) Formato de llenado de hoja de cálculo en Excel con datos de espaciamiento.

Riley *et al.* (2011) y la ecuación 5. Al dar click en este botón se calcula dicho parámetro (*LyapE*) y se visualiza su valor dentro del apartado “Calculations” (Figura 6).

Botón Intensidad de fracturas (Intensity). Al dar click en este botón se calcula la intensidad de fracturas definida como el número de fracturas por unidad de longitud, la cual se muestra en “Calculations” (Figura 7).

Botón Coeficiente de Variación (Coef. Var.). Este botón estima el coeficiente de variación de un conjunto de datos de espaciamiento entre fracturas usando la metodología de Cox y Lewis (1966). El resultado se muestra dentro del apartado de “Calculations” (Figura 8).

Botón Exponente de frecuencia acumulada (Cum. Frec. Exp.). Estima el exponente de frecuencia acumulada a través de la pendiente

que se forma en los datos de espaciamiento en un gráfico bilogarítmico de la frecuencia acumulada del espaciamiento contra el espaciamiento. Los resultados se presentan tanto de manera numérica (Figura 9a) en el apartado “Calculations”, como de manera gráfica (Figura 9b). Adicionalmente, se incluye un histograma de la frecuencia del conjunto de datos de espaciamiento (Figura 9c).

Botón Polvo de Cantor (Cantor Dust). Calcula y grafica un polvo de Cantor determinístico basado en las reglas propuestas en Turcotte (1992). Este fractal se construye a partir de un número de iteraciones que el usuario establece. El valor de las iteraciones se puede cambiar en un cuadro de texto en la parte inferior de la sección “Parameter” (Figura 10a). El código del polvo de cantor fue tomado de Offtermatt (2004).

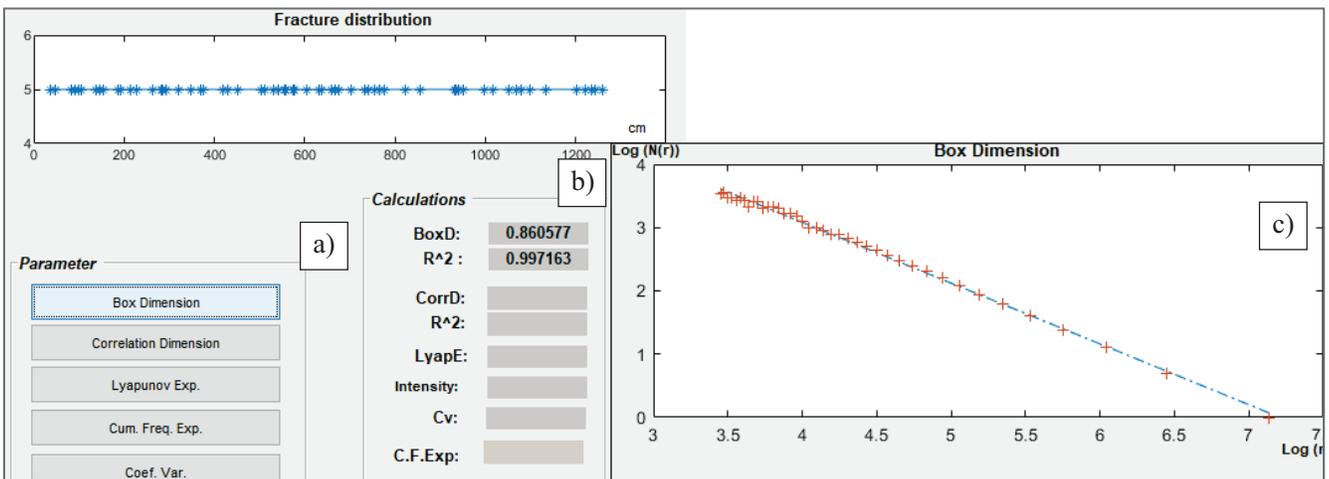


Figura 4. a) Localización del botón “dimensión de caja” (Box dimensión) en el cuadro “parámetro” (parameter) y el resultado numérico (b) y gráfico (c) de la dimensión de caja para una distribución de fracturas en una línea de muestreo.

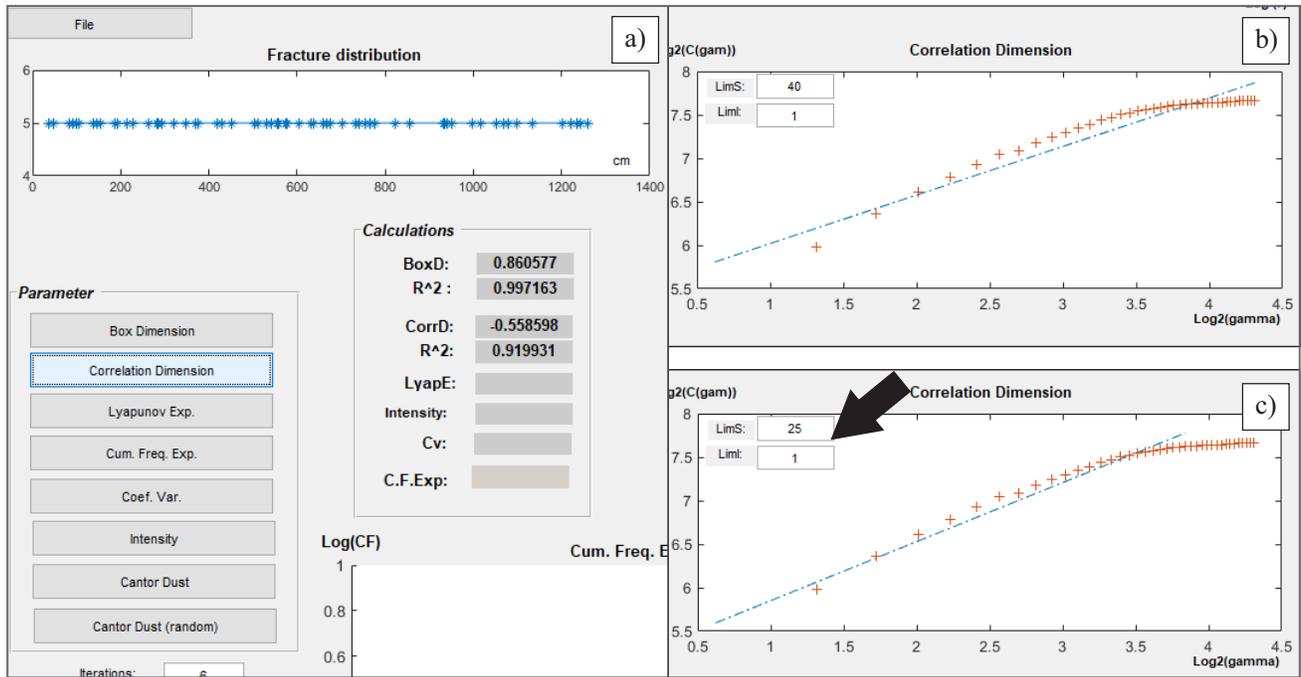


Figura 5. a) Cálculo de la dimensión de correlación dando click en *Correlation dimension* y su resultado numérico. b) Resultado gráfico de la dimensión de correlación. c) Ajuste de la curva en la dimensión de correlación sin considerar las colas producto de la censura en la obtención de los datos de espaciamiento. Dicho ajuste se hace mediante LimS y LimI (ver texto).

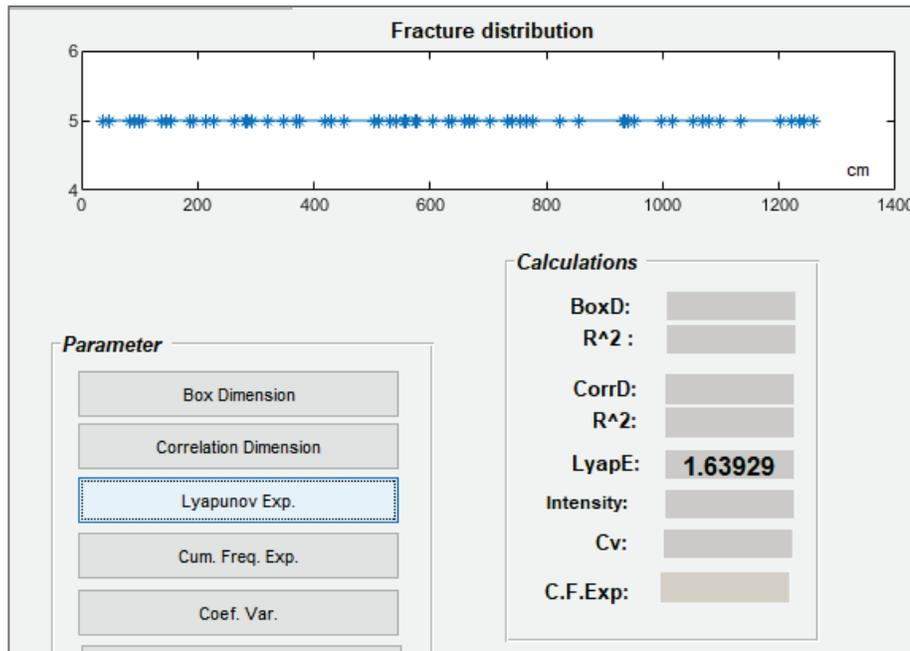


Figura 6. Ubicación del botón “Exponente de Lyapunov” (*Lyapunov Exp*) y su resultado numérico.

Botón Polvo de Cantor Aleatorio (*Random Cantor Dust*). Con este botón se estima un polvo de Cantor aleatorio y se presenta en un gráfico “*Random Cantor Dust*” que aparece en la parte superior (Figura 10b). El código del polvo de cantor aleatorio fue tomado de Moisy (2006) e incorporado al código *Frackita-v1*. El polvo de Cantor aleatorio permite generar una serie de distribuciones sintéticas de fracturas en una línea de muestreo.

LIMITACIONES ACTUALES Y MEJORAS FUTURAS

Frackita-v1 es un código en MATLAB® (MATLAB®, 2018) que puede usarse en equipos que tengan instalado el sistema operativo Windows® a través de su ejecutable (Material Suplementario), o en equipos de cómputo que tengan instalado MATLAB® y con sistemas operativos como Linux® o Mac®. Esto último, limita su uso en

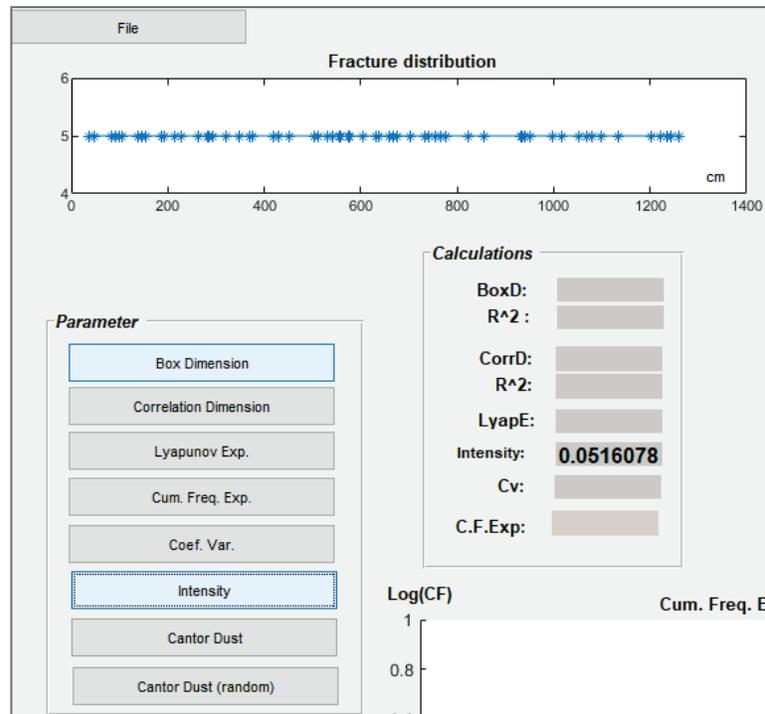


Figura 7. Cálculo de la intensidad de fracturas (número de fracturas por unidad de longitud). El resultado esta dado en número de fracturas por centímetro.

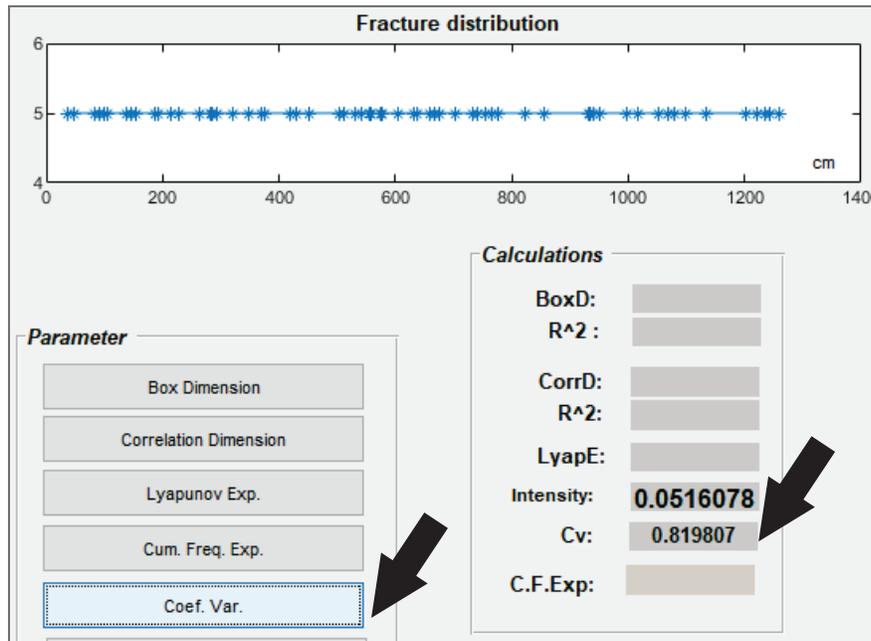


Figura 8. Estimación del coeficiente de variación de un grupo de fracturas (espaciamientos) dando click en el botón *Coef. Var.*

computadoras que no cuenten con MATLAB® y que tengan un sistema operativo diferente a Windows®. Otra limitante de la versión actual de *Frackita-v1* es que aún no es capaz de guardar los resultados en algún archivo, por lo que el usuario tiene que anotar los resultados numéricos y copiar la pantalla para guardar los gráficos. Así mismo, el código sólo puede abrir archivos de versiones previas al 2007 de Microsoft Excel® (*.xls), esto también limita el código al no poder usar otro tipo

de archivos de Excel® más actualizados (*.xlsx), u otro tipo de archivos como *.txt, muy usados en otros programas de análisis de datos. A pesar de esto, las versiones actuales de Microsoft Excel® permiten guardar archivos en la versión antigua con extensión *.xls.

Una limitante importante en el análisis de fracturas que tiene el código *Frackita-v1*, es que no incluye la apertura de las fracturas. La apertura (distancia entre las paredes de una fractura) se suele medir

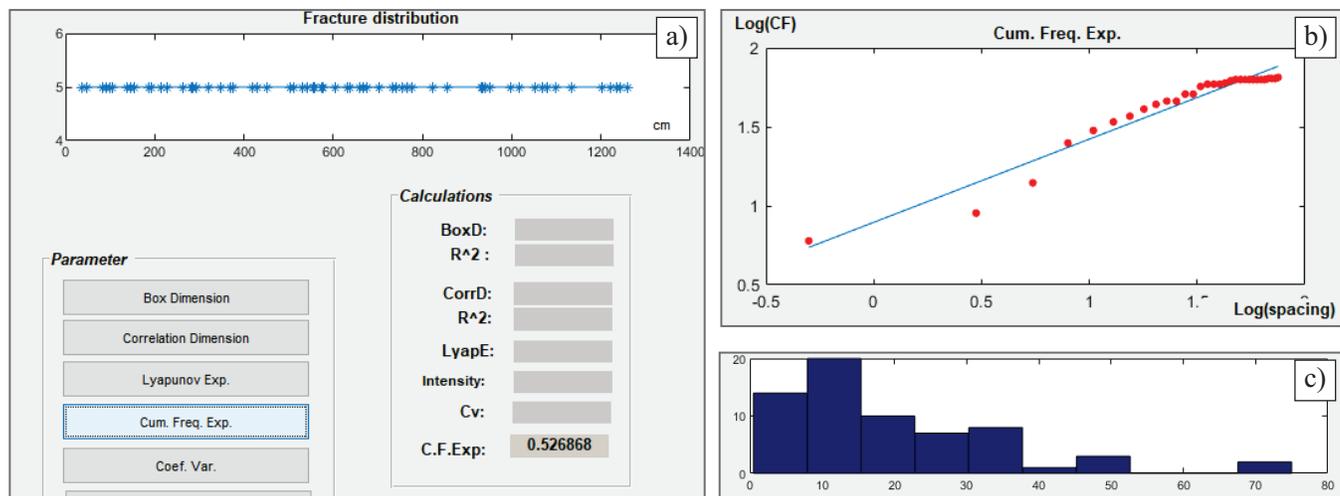


Figura 9. a) Estimación del exponente de frecuencia acumulada del espaciamiento mediante el botón *Cum. Freq. Exp.*, y su resultado gráfico (b). Así mismo se incluye un histograma de frecuencia del espaciamiento entre fracturas (c).

simultáneamente con el espaciamiento en líneas de muestreo y se usa para entender la distribución de la deformación (Evans *et al.*, 1997; Billi *et al.*, 2003; Putz-Perrier y Sanderson, 2008; Fossen, 2016). Adicionalmente, la apertura es una variable que se incluye en los cálculos de permeabilidad debida a las fracturas (Vásquez-Serrano, 2013; Healy *et al.*, 2017).

Las limitaciones actuales del código *Frackita-v1*, desarrollado en este trabajo, abren la posibilidad de seguir mejorándolo, tanto en los errores que los usuarios del código vayan detectando, como en la inclusión de nuevos apartados para un análisis más integral de las fracturas geológicas en 1D. En general se planea para las próximas versiones las siguientes mejoras:

- Incluir en la lista de archivos de datos que puede abrir el código *Frackita-v1* la versión más actualizada de Microsoft Excel®, y la posibilidad de abrir los datos con archivos de texto (*.txt).
- Aumentar el potencial del código con la inclusión de la apertura de las fracturas para su análisis en el contexto de su distribución, cantidad de extensión y adquisición de parámetros estadísticos como el exponente de frecuencia acumulada de la apertura. Esto permitirá adquirir información valiosa en cuanto a las ecuaciones constitutivas de la apertura para su aplicación en la estimación de la permeabilidad (Healy *et al.*, 2017) y el análisis de fenómenos como la deformación localizada y heterogénea (Putz-Perrier y Sanderson, 2008; Vásquez-Serrano *et al.*, 2021b).

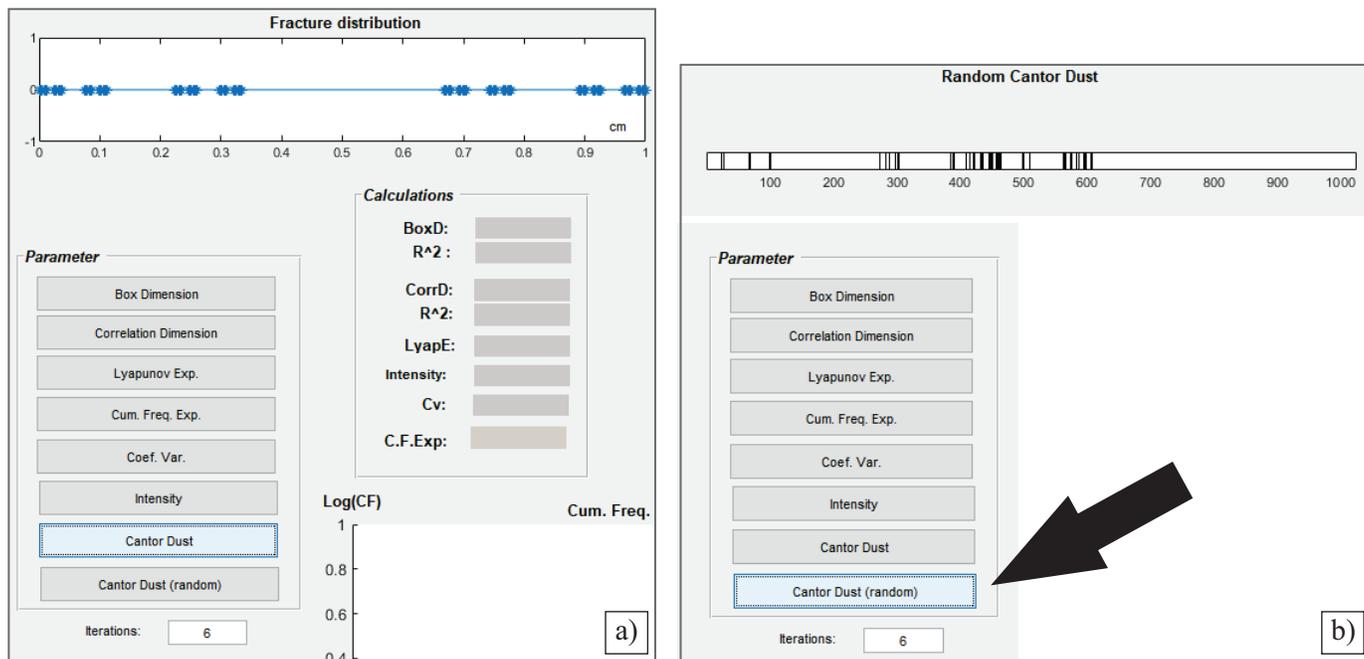


Figura 10. a) Cálculo de un polvo de Cantor determinístico con un número de iteraciones de 6. El resultado de este fractal se muestra en la ventana *Fracture Distribution*. b) Construcción de un polvo de Cantor aleatorio mediante el botón *Cantor Dust (random)*, dando click en este botón se generan distribuciones aleatorias que se muestran en la ventana *Random Cantor Dust*.

- Incluir un menú que permita guardar los resultados numéricos y gráficos mediante la generación de un archivo de texto (*.txt) y un archivo de imagen (*.png o *.jpg) respectivamente.

En general, se seguirá trabajando con las mejoras antes mencionadas y sobre todo en la conversión del código a la plataforma libre GNU OCTAVE, la cual es compatible con MATLAB®. Así mismo, se optimizarán a los módulos que requieren un mayor trabajo computacional (p. ej. Exponente de frecuencia acumulada del espaciamiento y apertura de las fracturas) y se incluirán nuevas herramientas interactivas (ajuste interactivo de curvas en los datos de dimensión de caja, de correlación y exponente de frecuencia acumulada) para un mejor manejo del código por parte de los usuarios. A pesar de las limitaciones anteriores, el código que se desarrolló en este trabajo cumple la función de calcular los parámetros relacionados con el análisis de fracturas, usando datos obtenidos a partir de líneas de muestreo (espaciamiento entre fracturas).

CONCLUSIONES

El código *Frackita-v1*, desarrollado en este trabajo, automatiza el cálculo de parámetros como: dimensión de caja, dimensión de correlación, exponente de Lyapunov, exponente de frecuencia acumulada, coeficiente de variación e intensidad de fracturas, a partir de datos de espaciamiento entre fracturas en cualquier escala. *Frackita-v1* es la primera versión funcional de una herramienta computacional (escrita en MATLAB®) para analizar el arreglo y distribución de las fracturas. El código *Frackita-v1* puede ayudar a entender fenómenos como la deformación localizada, el agrupamiento de fracturas, y el flujo de fluidos en rocas fracturadas. A partir de la primera versión del código *Frackita-v1*, el autor seguirá mejorando dicho código incluyendo el cálculo de otros parámetros y variables como la apertura.

MATERIAL SUPLEMENTARIO

El Manual del código *Frackita v1* puede descargarse en el portal web de este Revista <www.rmccg.unam.mx>, desde la vista previa de este artículo.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se desarrolló gracias al apoyo del proyecto PAPIIT (Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica) IA100211 de la Dirección General del Personal Académico. Agradezco mucho los comentarios y correcciones de la Dra. Marina Vega González, del Dr. Gustavo Tolson y del Dr. Leonardo Cruz, así como del editor Dr. Ángel Francisco Nieto Samaniego, ayudaron mucho a mejorar el manuscrito.

REFERENCIAS

Babadagli, T., 2001, Fractal analysis of 2-D fracture networks of geothermal reservoirs in southwestern, Turkey: *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 112, 83-103.
 Babadagli, T., 2002, Scanline method to determine the fractal nature of 2-D fracture networks: *Mathematical Geology*, 34 (6), 647-670.
 Bahat, D., Rabinovitch, A., Frid, V., 2005, *Tensile Fracturing Rocks*: Springer, Berlin, 579 pp.

Bahat, D., Rabinovitch, A., Frid, V., 2001, Fracture characterization of chalk in uniaxial and triaxial tests by rock mechanics, fractographic and electromagnetic radiation methods: *Journal of Structural Geology*, 23, 1531-1547.
 Barton, C.C., La Pointe, P.R., 1995, Fractal Analysis of Scaling and Spatial Clustering of Fractures, in Barton, C., La Pointe, P.R. (eds.), *Fractals in Earth Science*: Plenum Press, New York, 141-178.
 Barton, C.C., Larsen, E., 1985, Fractal geometry of two-dimensional fracture networks at Yucca Mountain, south-western Nevada, *Proceedings of International Symposium on Fundamentals of Rock Joints*: Bjorkliden, Sweden, 77-84.
 Billi, A., Salvini, F., Storti, F., 2003, The damage zone-fault core transition in carbonate rocks: implications for fault growth, structure and permeability: *Journal of Structural Geology*, 25, 1779-1794.
 Clark, M.B., Brantley, S.L., Fosher, D.M., 1995, Power-Law veins-thickness distributions and positive feedback in vein growth: *Geology*, 23, 975-978.
 Cox, D.R., Lewis, P.A.W., 1966, *The statistical analysis of series of events*: Methuen, London, 1, 285 pp.
 Davy, P., Sornette, A., Sornette, D., 1990, Some consequences of a proposed fractal nature of continental faulting: *Nature*, 348, 56-58.
 Evans, J.P., Forster, C.B., Goddard, J.V., 1997, Permeability of fault-related rocks, and implications for hydraulic structure of fault zones: *Journal of Structural Geology*, 19, 1393-1404.
 Fossen, H., 2016, *Structural geology*: Cambridge University, Second edition, 524 pp.
 Frankhauser, P., 2005, *Fractalise*: Software de acceso libre para el análisis fractal, <http://www.fractalise.org/en-home.html>.
 Gillespie, P.A., Johnson, J.D., Loriga, M.A., McCaffrey, K.J.W., Walsh, J.J., Watterson, J., 1999, Influence of layering on veins systematics in line samples, en McCaffrey, K.J.W., Lonergan, L., Wikilson, J.J. (eds), *Fractures, Fluid Flow and Mineralization*: Geological Society, London. Special Publications, 155, 35-56.
 Gillespie, P.A., Howard, C.B., Wash J.J., Watterson J., 1993, Measurement and characterization of spatial distributions of fractures: *Tectonophysics*, 226, 113-141.
 Gomez, L.A., Laubach, S.E., 2006, Rapid digital quantification of microfracture populations: *Journal Structural Geology*, 28, 408-420.
 Grassberger, P., Procaccia, I., 1983, Characterization of strange attractors: *Physical Review Letters*, 50, 346-349.
 Griffith, A.A., 1920, The phenomena of rupture and flow in solids: *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 221, 163-198.
 Hardebol, N.J., Bertotti, G., 2013, DigiFract: a software and data model implementation for flexible acquisition and processing of fracture data from outcrop: *Computer and Geosciences*, 54, 326-336.
 Healy, D., Rizzo, R.E., Cornwell, D.G., Farrell, N.J., Watkins, H., Timms, N.E., Gomez-Rivas, E., Smith, M., 2017, FracPaQ: A MATLAB™ toolbox for the quantification of fracture patterns: *Journal of Structural Geology*, 95, 1-16.
 Korvin, G., 1992, *Fractal Models in the Earth Sciences*: Elsevier, Amsterdam, 381 pp.
 Kruhl, J.H., 1994, *Fractals and Dynamic Systems in Geoscience*: New York, Springer, 421 pp.
 Laubach, S.E., Lamarche, J., Gauthier, B.D., Dunne, W.M., Sanderson, D.J., 2018, Spatial arrangement of faults and opening-mode fractures: *Journal of Structural Geology*, 108, 2-15.
 Mandelbrot, B.B., 1967, How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension: *Science*, 156, 636-638.
 Manning, C.E., 1994, Fractal clustering of metamorphic veins: *Geology*, 22, 335-8.
 Marrett, R., Gale, J. F., Gómez, L. A., Laubach, S. E., 2018, Correlation analysis of fracture arrangement in space: *Journal of Structural Geology*, 108, 16-33.
 Marrett, R., Ortega, O.J., Kelsey, C.M., 1999, Extent of power-law scaling for natural fractures in rock: *Geology*, 27, 799-802.
 MATLAB®, 2018, 9.7.0.1190202 (R2019b). Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc.
 Mauldon, M., Dunne, W., Rohrbaugh, M., 2001, Circular scanlines and circular windows: new tools for characterizing the geometry of fracture traces: *Journal of Structural Geology*, 23 (2), 247-258.

- Moisy, F., 2006, Random Cantor Set function. <https://www.mathworks.com/matlabcentral/mlc-downloads/downloads/submissions/13063/versions/1/previews/boxcount/randcantor.m/index.html>
- Moreno-Sánchez, G., García-Cabrejo O.J., 2006, Caracterización Cuantitativa de Patrones de Fracturamiento mediante Ventanas Circulares y Análisis Fractal: *Geología Colombiana*, 31, 73-90.
- Narr, W., Suppe, J., 1991, Joint spacing in sedimentary rocks: *Journal Structural Geology*, 11(9), 1037-1048.
- Nieto-Sanamiego, A.F., Alaniz-Álvarez, S., Tolson, G., Oleschko, K., Korvin, G., Xu, S.S., Pérez-Venzor, J.A., 2005, Spatial Distribution, Scaling and Self-similar Behavior of Fracture Arrays in the Los Planes Fault, Baja California Sur, México: *Pure and Applied Geophysics*, 162, 805-826.
- Nieto-Sanamiego, A.F., Alaniz-Álvarez, S., Tolson, G., Xu, S., Pérez-Venzor, A., 2003, Estimación de densidades, distribuciones de longitud y longitud total de fracturas: un caso de estudio en la Falla de Los Planes, La Paz, B.C.S: *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, LVI (1), 1-9.
- Offermatt, J., 2004. Cantor Set MATLAB code: Course "Fractals", Winter 2004, Stuttgart University, http://m2matlabdb.ma.tum.de/download.jsp?MC_ID=5&SC_ID=13&MP_ID=266.
- Olson, J.E., 2003, Sublinear scaling of fracture aperture versus length: An exception or the rule?: *Journal of Geophysical Research*, 108(B9), 2413, 1-11. doi:10.1029/2001JB000419.
- Ortega, O., Marrett, R., 2000, Prediction of macrofracture properties using microfracture information, Mesaverde group sandstones, san Juan Basin, New Mexico: *Journal of Structural Geology*, 22, 571-588.
- Putz-Perrier, M.W., Sanderson, D.J., 2008. Spatial distribution of brittle strain in layered sequences: *Journal of Structural Geology*, 30(1), 50-64.
- Ramsay, J.G., 1967. *Folding and fracturing of rocks*: Mc Graw Hill Book Company, 568 pp.
- Riley, P., Tikoff, B., Murray, A.B., 2011, Quantification of fracture networks in non-layered massive rock using synthetic and natural data sets: *Tectonophysics*, 505, 44-56.
- Rosenstein, M.T., Collins, J.J., De Luca, C.J., 1993, A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets: *Physica*, D 65, 117-134.
- Secor, D.T. Jr., 1969, Mechanics of natural extension fracturing at depth in the Earth's crust, *en: Research in tectonics*: Geological Survey Canada Paper, 3-47.
- Segall, P., Pollard, D.D., 1983, Joint formation in granitic rock of the Sierra Nevada: *Geological Society of America Bulletin*, 94, 563-575
- Terzaghi, R.D., 1965, Sources of errors in joint surveys: *Geotechnique*, 15, 287-304.
- Tolson, G., 2001, Fractal Analysis; software de acceso libre para el cálculo de dimensión de cajas en fracturas: <http://geologia.igeolcu.unam.mx/Tolson/Gtolson.htm>.
- Turcotte, D., 1992, *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics* 1 edition: Cambridge University Press, 221 pp.
- Umili, G., Ferrero, A., Einstein, H.H., 2013, A new method for automatic discontinuity traces sampling on rock mass 3D model: *Computers and Geosciences*, 51, 182-192.
- Vásquez-Serrano, A., 2013, Análisis fractal de fracturas geológicas en un análogo expuesto de yacimientos carbonatados naturalmente fracturados y su aplicación en modelos de flujo de fluidos: Ciudad de México, Universidad Nacional Autónoma de México, tesis de maestría, 153 pp.
- Vásquez-Serrano, A., Camacho-Rangel, R., Arce-Saldaña, J.L., Morales-Casique, E., 2019, Análisis de fracturas geológicas en el pozo Agrícola Oriental 2C, Ciudad de México y su relación con fallas mayores: *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, 36(1), 38-53.
- Vásquez-Serrano, A., Arce-Saldaña, J.L., Rangel-Granados, E., Morales-Casique, E., Arroyo-López, S.M., 2021a, Arreglo de fracturas geológicas en rocas miocénicas de la cuenca de México: *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, 38(1), 1-17.
- Vásquez Serrano, A., Rangel-Granados, E., Garduño-Monroy, V.H., Bermejo Santoyo, G., Jiménez Haro, A., 2021b, Deformación frágil en rocas del Mioceno de la región Morelia-Cuitzeo, Michoacán: implicaciones en el sistema geotérmico local: *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, 38(3), 226-238.
- Zeeb, C., Gomez-Rivas, E., Bons, P.D., Virgo, S., Blum, P., 2013, Fracture network evaluation program (FraNEP): a software for analyzing 2D fracture trace-line maps: *Computer and Geosciences*. 60, 11-22.

Manuscrito recibido: abril 5, 2022

Manuscrito corregido recibido: mayo 31, 2022

Manuscrito aceptado: junio 7, 2022